

# DINÁMICA DE SISTEMAS DE PRIMER ORDEN

## Forma general de la ecuación diferencial un sistema de primer orden

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = Ku$$

- ★  $y(t)$  - variable de salida, expresada en variables de desviación, con  $y(0) = 0$
- ★  $u(t)$  - variable de entrada, expresada en variables de desviación
- ★  $\tau$  - constante de tiempo del sistema
- ★  $K$  - ganancia estática (en estado estable) del sistema

La correspondiente función de transferencia para  $Y(s) = G(s)U(s)$  es:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

## Respuesta de un sistema de primer orden a un cambio en escalón

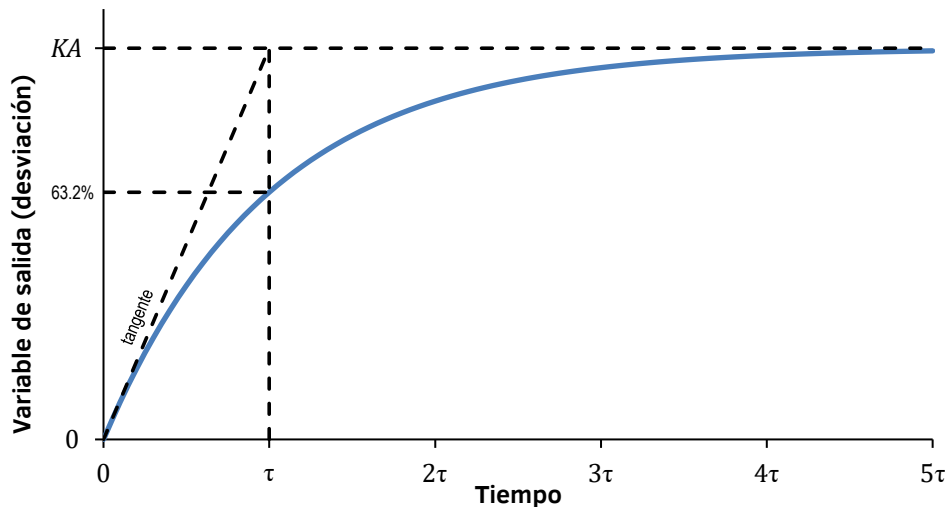
Para un escalón de amplitud  $A$  en la entrada, la transformada de Laplace es  $U(s) = \frac{A}{s}$  y la salida será:

$$Y(s) = \frac{KA}{s(\tau s + 1)}$$

La correspondiente transformada inversa es:

$$y(t) = KA(1 - e^{-t/\tau})$$

La gráfica muestra el comportamiento de la variable de salida de un sistema de primer orden:



Tiempo	Respuesta
$t = \tau$	63.21%
$t = 2\tau$	86.47%
$t = 3\tau$	95.02%
$t = 4\tau$	98.17%

Mediante el teorema del valor final se puede demostrar que  $y \rightarrow KA$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . Otra característica del comportamiento de un sistema de primer orden es que cuando ha transcurrido un tiempo igual a la constante de tiempo del sistema ( $t = \tau$ ), la respuesta ha alcanzado el 63.2% de su valor final, y que la tangente a la curva de respuesta en  $t = 0$  interseca a  $y = KA$  en  $t = \tau$ .