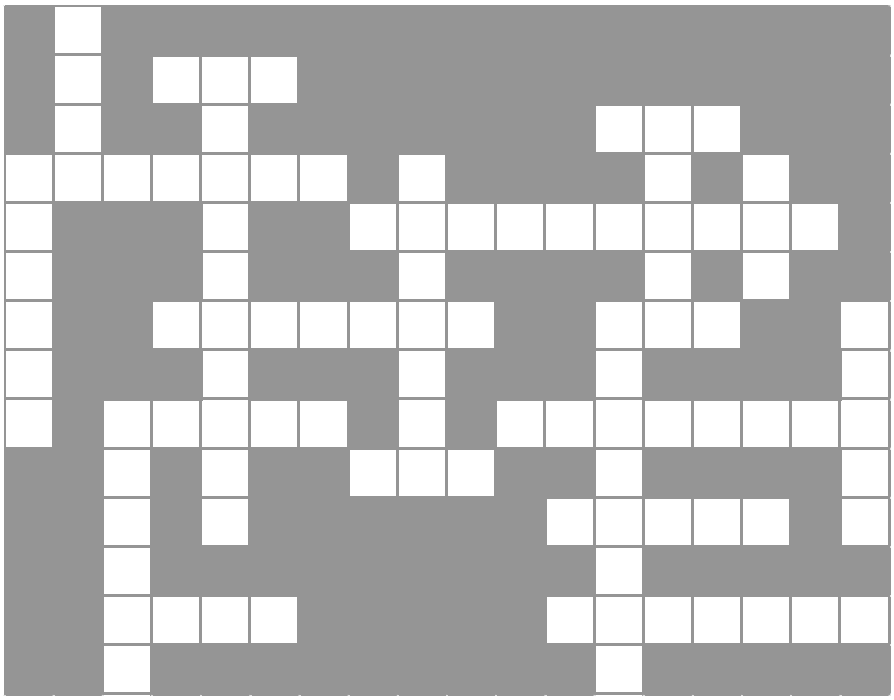
Programación y Métodos Numéricos

Ejercicios Agosto – Diciembre 2018

EJERCICIO 1

Las palabras del siguiente crucigrama, que tienen relación con los temas vistos en esta unidad, están codificadas en la lista de abajo. Convertir cada código ASCII en su correspondiente letra, y después ubicar las palabras en el crucigrama.



82 65 77
80 82 79 71 82 65 77 65
85 78 73 67 79 68 69
80 69 82 73 70 69 82 73 67 79
83 73 77 85 76 65 67 73 79 78
65 83 67 73 73
77 69 77 79 82 73 65
68 79 83
77 79 68 69 76 79
70 76 65 83 72
66 73 78 65 82 73 79
66 79 79 76 69 65 78 79
69 78 73 65 67
66 89 84 69
69 78 84 69 82 79
82 79 77
67 80 85
82 69 65 76
66 73 84
68 69 67 73 77 65 76
84 69 88 84 79

EJERCICIO 2

En cada caso, evaluar la expresión dada, realizando las operaciones paso a paso de acuerdo al orden de precedencia de los operadores aritméticos.

`1 - 2 * 3 / 4 + 5`	`1 / 3 * 3 ^ 3 + 1`
`6 * 3 / 2 * 5`	`(6 * 3) / (2 * 5)`
`(2 + 1) * 3 + 4 * (2 ^ 2 - 1)`	

EJERCICIO 3

Determinar si cada una de las expresiones booleanas siguientes da un resultado verdadero (**V**) o falso (**F**), considerando que los valores de las variables son `w = 3`, `x = 1`, `y = 4`, `z = -2`.

`x > 1`	`x >= 1`
`z < x`	`y == w + x`
`~(x <> (y - w))`	`(2 * x - z) == y`
`(w > 0) | (z > 0)`	`(w > 0) & (z > 0)`
`((x + y) == (w - z)) & (4 * x <= y)`	

EJERCICIO 4

El volumen de un cono circular recto con base de radio r y altura h está dado por $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. Escribir un programa en Scilab que calcule el volumen de dicho tipo de cono, pidiendo como datos al usuario el radio de la base y la altura. Como valores para la corrida de prueba, emplear r = 4.3 cm y h = 7.6 cm.

RESULTADO: 147.156 cm³

EJERCICIO 5

Escribir un programa en Scilab que calcule el radio de una esfera a partir de su volumen (proporcionado por el usuario). Como valor para la corrida de prueba, emplear 151.1 cm³.

RESULTADO: 3.304 cm.

EJERCICIO 6 – OPCIONAL

En Termodinámica, se estudia la ecuación de estado de Van der Waals:

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

en donde P es la presión (atm), v es el volumen específico (L/mol), T es la temperatura absoluta (K), R es la constante universal de los gases (0.082057 atm·L/mol·K), y los parámetros a y b se pueden estimar a partir de los datos del punto crítico empleando las fórmulas:

$$a = \frac{27R^2T_c^{\,2}}{64P_c} \qquad b = \frac{RT_c}{8P_c}$$

donde T_c es la temperatura crítica (K) y P_c es la presión crítica (atm).

Escribir un programa en Scilab que calcule la presión empleando la ecuación de estado de Van der Waals. El programa debe solicitar al usuario como datos la temperatura, el volumen específico, la temperatura crítica y la presión crítica (en las unidades indicadas anteriormente). El programa no debe pedir el valor de la constante de los gases, éste debe ser incorporado directamente en el programa.

Emplear los siguientes valores para la corrida de prueba: T = 298 K, v = 0.6 L/mol, T_c = 304.12 K, P_c = 72.78 atm.

RESULTADO: 33.86 atm.

EJERCICIO 7

Cada uno de los siguientes fragmentos de código Scilab tiene al menos un error. Señalar los errores y explicar la razón por la cual es un error.

	CÓDIGO	EXPLICACIÓN DE LOS ERRORES
1	`exec"(MiPrograma.sce)";`	
2	`lado=5;` `volumen=Lad0^3;`	

	CÓDIGO	EXPLICACIÓN DE LOS ERRORES
3	`disp(Este programa calcula la velocidad)`	

4	`// El lado de un cubo se calcula como`
	`// la raíz cúbica de su volumen`
	`lado=volumen^1/3`	

5	`input("Distancia en metros "};`	

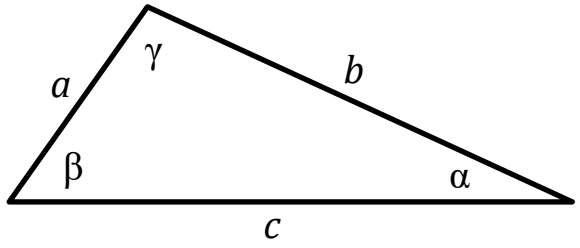
6	`// Cálculo de la presión empleando`
	`// la ecuación de gas ideal`
	`P=nRT/V`	

7	`m=imput("Valor de la masa (kg) ");`	
8	`energia potencial=masa*gravedad*altura;`	
9	`perimetro=%PI*diametro`	

10	`Juan Pérez`
	`Programación y Métodos Numéricos`
	`Cálculo del tiempo de caída libre`
	`h=input("Altura de caída en metros?");`
	`g=9.81;`
	`t=(2h/g)^0.5;`
	`disp("El tiempo es "+string(t)+" s")`	

EJERCICIO 8

Desarrollar un programa en Scilab para uno de los casos de resolución de triángulos: cuando se conoce la longitud de dos lados a y b, así como el ángulo γ entre ellos.



El tercer lado se puede encontrar entonces aplicando la ley del coseno:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

Luego, uno de los ángulos se obtiene también de la ley del coseno:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right)$$

Finalmente, el tercer ángulo se obtiene por diferencia, dado que $\alpha + \beta + \gamma = 180°$. Para la corrida de prueba, emplear los valores a = 3.20, b = 9.55 y γ = 85°.

RESULTADOS: c = 9.80, α = 18.98°, β = 76.02°.

EJERCICIO 9

El pH (potencial de hidrógeno) es una manera conveniente de expresar el grado de acidez o alcalinidad de una solución, y está definido como: pH = $-\log_{10}\left[\mathrm{H}^+\right]$, donde la concentración de iones hidrógeno está expresada en mol/L.

(**A**) Escribir un programa en Scilab que calcule el pH, cuando se le proporcione como dato la concentración de iones hidrógeno. Para las corridas de prueba, emplear 5×10^{-4}, 1×10^{-7} y 2.5×10^{-9} mol/L.

(**B**, opcional) Escribir un programa en Scilab que calcule la concentración de iones hidrógeno a partir del valor de pH. Para las corridas de prueba, emplear pH 5.1 y 10.5.

RESULTADO: (A) 3.3, 7, 8.6; (B) 7.94×10^{-6}, 3.16×10^{-11} mol/L

EJERCICIO 10 – OPCIONAL

Empleando comandos y operaciones de Scilab para matrices (no introducir únicamente los números), generar las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 25 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

EJERCICIO 11 – OPCIONAL

Considerando las matrices dadas, ¿cuál será el resultado de las siguientes operaciones? Intentar primero "a mano" sin ayuda de la computadora, y verificarlo luego empleando Scilab.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

(A) `A+B` (B) `B-C` (C) `3*A` (D) `A*C` (E) `A.*C` (F) `B.^2` (G) `C./B`

EJERCICIO 12

Escribir un programa en Scilab que convierta una temperatura dada de °C a K. El programa debe calcular la temperatura y mostrar el resultado sólo si la temperatura es mayor o igual a −273.15 °C, en caso contrario debe mostrar una advertencia al usuario. Para las corridas de prueba, usar 100 °C, −76 °C, y −300 °C.

EJERCICIO 13

Escribir un programa en Scilab que genere un número entero aleatorio entre 1 y 5. El programa debe luego pedir al usuario que adivine el número, y mostrar una respuesta apropiada dependiendo de si el usuario adivinó o no. Como corridas de prueba, incluir al menos una en la que sí se haya adivinado y una en la que no.

EJERCICIO 14 – OPCIONAL

Ampliar el programa del ejercicio 6, para que, si la presión calculada es menor a 10 atm, muestre un mensaje informando al usuario que pudo haber usado la ecuación de gas ideal $Pv = RT$, y que reporte también la presión calculada con dicha ecuación. Para la corrida de prueba usar los mismos valores, excepto v = 6 L/mol.

EJERCICIO 15

Emplear un ciclo **`for`** para obtener la suma de los cubos de los primeros n números naturales (enteros positivos). Como corrida de prueba, tomar $n = 21$.

RESULTADO: 53361.

EJERCICIO 16

El factorial de un número entero es el producto de todos los enteros positivos desde 1 hasta ese número. Escribir un programa en Scilab que calcule $n!$ empleando un ciclo **`for`**, de acuerdo al valor de n indicado por el usuario. Probar el programa con $n = 3$, $n = 9$ y $n = 13$.

RESULTADOS: 6, 362880, 6.227×10^9.

EJERCICIO 17

Adaptado de Gilat (2006), "Matlab: una introducción con ejemplos prácticos", Editorial Reverté.

π es una constante matemática irracional con un número infinito de dígitos, que no puede obtenerse como la división de dos números naturales. Sin embargo, puede estimarse a partir de la serie de Leibniz:

$$4\sum_{n=0}^{m}\frac{(-1)^n}{2n+1}$$

que converge al valor de π cuando m es un número muy grande. Escribir un programa en Scilab que emplee un ciclo **`for`** para calcular el valor de la sumatoria de acuerdo al valor de m dado por el usuario. Usar el programa para estimar π para cada uno de los valores indicados de m.

m =	5	10	100	1000	1000000
resultado					

EJERCICIO 18 – OPCIONAL

La matriz de Hilbert H es una matriz cuadrada de $n \times n$ cuyos elementos están dados por:

$$H_{ij} = \frac{1}{i + j - 1}$$

donde i es el número de renglón y j es el número de columna. Escribir un programa en Scilab que use ciclos **`for`** anidados (un ciclo dentro de otro ciclo) para generar la matriz de Hilbert de acuerdo al valor de n proporcionado por el usuario. Como corrida de prueba, generar la matriz de Hilbert para $n = 4$.

RESULTADO: $H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$

EJERCICIO 19

Escribir un programa en Scilab que defina una función para calcular el volumen de un cascarón esférico de radio interno R_1 y radio externo R_2. Como corrida de prueba, determinar el volumen de un cascarón esférico de 7 cm de diámetro externo y 4 cm de diámetro interno.

SUGERENCIA: Definir primero una función para el volumen de una esfera y usarla en la función para el volumen del cascarón esférico.

RESPUESTA: 146.08 cm³

EJERCICIO 20 – OPCIONAL

La fuerza de arrastre ejercida por un fluido en movimiento alrededor de una esfera está dada por:

$$F = \tfrac{1}{2}\rho v^2 A C_D$$

donde C_D es el coeficiente de arrastre que es función del número de Reynolds, $\mathrm{Re} = \dfrac{\rho v D}{\mu}$.

Se han desarrollado muchas correlaciones para el coeficiente de arrastre, una de las cuales es:

$$C_D = \frac{24}{\mathrm{Re}} + \frac{6}{1+\mathrm{Re}^{0.5}} + 0.4$$

Escribir una función en Scilab que calcule C_D en función de Re, y usarla en un programa que calcule la fuerza de arrastre sobre una esfera, empleando como datos proporcionados por el usuario la densidad, velocidad y viscosidad del fluido, y el diámetro de la esfera. Emplear luego ese programa para calcular la fuerza de arrastre ejercida sobre un balón de futbol de 22 cm de diámetro, en un dia airoso en la ciudad de Durango, con una velocidad del viento de 50 km/h. Tomar la densidad del aire como 0.95 kg/m³, y su viscosidad como 1.8×10^{-5} kg/m·s.

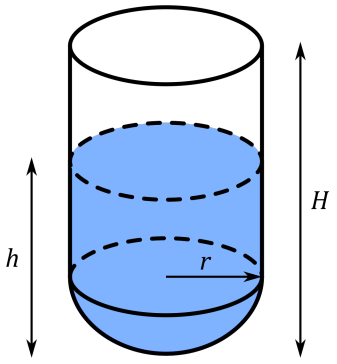
RESULTADO: 1.445 N

EJERCICIO 21

Se tiene un tanque vertical de altura total H, de forma cilíndrica con fondo hemisférico, que se llena parcialmente con un líquido. El volumen de líquido en el tanque se puede calcular mediante la siguiente función definida por partes:

$$V = \begin{cases} \frac{1}{3}\pi h^2(3r-h) & \text{si } h < r \\ \frac{2}{3}\pi r^3 + \pi r^2(h-r) & \text{si } h \geq r \end{cases}$$

donde r es el radio del tanque en metros, h es el nivel (o altura) del líquido medido desde el fondo del tanque, también en metros, y V es el volumen de líquido en metros cúbicos.



Escribir un programa para calcular el volumen de líquido en un tanque de 0.9 m de diámetro y 1.8 m de altura total. El volumen debe calcularse en una función. El programa debe pedir el nivel del líquido en metros, y reportar el volumen en litros. El programa debe responder con un mensaje de error si se le da un nivel negativo o mayor que la altura total. Reportar las corridas de prueba para los siguientes valores de h: (A) 0.3 m, (B) 1.5 m, (C) 2.1 m y (D) −1 m.

RESULTADOS: (A) 98.96 L, (B) 858.83 L.

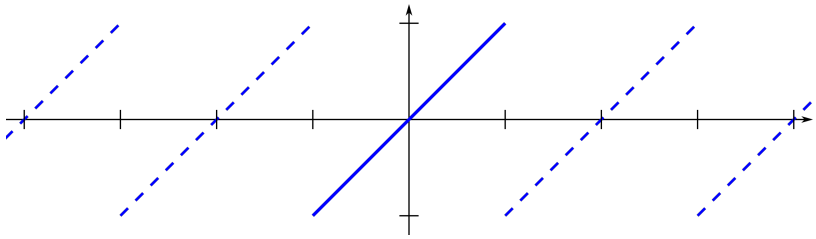
EJERCICIO 22

Empleando Scilab, generar la gráfica de la función $y = 5x^4 - 10x^3 + 6.75x^2 - 1.7x + 0.112$, para $0 \leq x \leq 1$.

SUGERENCIA: Definir el vector **x** usando **`linspace`** y luego calcular **y** empleando operaciones elemento por elemento.

EJERCICIO 23

La función diente de sierra es una función periódica que se puede definir en el intervalo $[-1,1]$ como:



$f(x) = x$ para $-1 \le x \le 1$
periódica con periodo $p = 2$

Para esta función, la N-ésima suma parcial de su serie de Fourier es la serie finita:

$$S_N = \frac{-2}{\pi} \sum_{n=1}^{N} \frac{(-1)^n \operatorname{sen}(n\pi x)}{n}$$

Escribir un programa en Scilab que genere la gráfica de esta suma parcial dado el valor de N. Usarlo para generar las gráficas correspondientes a los siguientes valores de N: 1, 3, 9 y 21. Para el eje horizontal de la gráfica, abarcar el intervalo $[-1,1]$ con al menos 500 puntos.
OPCIONAL Ⓔ: Deducir la serie de Fourier de la función diente de sierra usada en este ejercicio.

EJERCICIO 24

El logaritmo natural $\ln x$ se puede calcular mediante la serie infinita:

$$\ln x = (x-1) - \tfrac{1}{2}(x-1)^2 + \tfrac{1}{3}(x-1)^3 - \tfrac{1}{4}(x-1)^4 + \tfrac{1}{5}(x-1)^5 - \tfrac{1}{6}(x-1)^6 + \cdots \quad \text{o bien} \quad \ln x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}(x-1)^n$$

para valores de x entre 0 y 2. Utilizar esta serie para estimar el valor de $\ln(1.4)$, empleando el número de términos de la serie indicados en la tabla (los dos primeros renglones ya vienen resueltos como ejemplo). Calcular también el valor absoluto del error absoluto y el valor absoluto del error relativo porcentual, tomando en cuenta que el valor verdadero de $\ln(1.4)$ es 0.336472236621.

términos	valor calculado	error absoluto	error relativo porcentual
1	0.4	0.063527763	18.88%
2	0.32	0.016472237	4.985%
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

10			

¿A qué conclusión se puede llegar respecto a los errores cuando se toman más términos en la serie?

EJERCICIO 25

Considere la función:

$$f(x) = \frac{(x+1)-1}{x}$$

Se puede demostrar con facilidad que esta función debería tener el valor de 1 para cualquier valor de x. Sin embargo, debido al error de redondeo en la computadora, esto no siempre es cierto. Para cada valor de x de la tabla, evaluar la función empleando Scilab, y calcular el error relativo porcentual. **¿A qué conclusión se llega respecto al error conforme x se vuelve un valor cada vez más pequeño?**

x	**valor calculado**	**error relativo porcentual**
10^{0}		
10^{-2}		
10^{-4}		
10^{-6}		
10^{-8}		
10^{-10}		
10^{-12}		
10^{-14}		
10^{-16}		
10^{-18}		

EJERCICIO 26 – OPCIONAL

Considere la función $f(x) = 5x^5 - 196x^2 + 44$. Calcule a mano la solución de $f(x) = 0$ empleando:

(**A**) El método de bisección, comenzando con el intervalo [0,1].
(**B**) El método de Newton-Raphson, comenzando con el valor inicial $x_0 = 1$.

SOLUCIÓN: $x = 0.47445$.

EJERCICIO 27 – OPCIONAL

Adaptado de Carnahan *et al.* (1969).

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones mediante el método de Jacobi, empleando como valor inicial $x_0 = 1$, $y_0 = 1$ y $z_0 = 1$.

$$4x + 2y + z = 11$$
$$-x + 2y = 3$$
$$2x + y + 4z = 16$$

SOLUCIÓN: $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$.

EJERCICIO 28

Adaptado de Chapra y Canale, "Métodos Numéricos para Ingenieros", McGraw-Hill.

La cantidad C de bacterias nocivas en un lago decrece de acuerdo a la relación $C = 80e^{-2t} + 20e^{-0.4t}$ donde el tiempo t está dado en días. Determinar el tiempo requerido para que la cantidad de bacterias disminuya a 10, usando (A) el método de bisección en el intervalo [0,10] y (B) el método de Newton-Raphson usando como valor inicial 1.

RESPUESTA: 2.072 días.

EJERCICIO 29

Escribir un programa en Scilab para interpolación lineal simple. El programa debe pedir los valores de x_1, y_1, x_2, y_2 y x, y calcular el valor interpolado con la fórmula:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}$$

Para la corrida de prueba, determinar por interpolación lineal la entalpía del agua líquida saturada a 80 °C, con base en los siguientes datos (tomados de Çengel, 2015):

T_{sat} (°C)	h_f (kJ/kg)
50	209.34
100	419.17

RESPUESTA: 335.238 kJ/kg

EJERCICIO 30 – OPCIONAL

La tabla muestra la viscosidad de soluciones de sacarosa al 20%. Empleando interpolación de Lagrange, estimar el valor de la viscosidad a 25 °C.

Temperatura (°C)	Viscosidad (cP)
0	14.82
10	9.83
20	6.22
35	3.78

RESPUESTA: 4.988 cP

EJERCICIO 31

Adaptado de Miller y Freund, "Probabilidad y Estadística para Ingenieros", 3ª edición, Prentice-Hall.

Una compañía utiliza un proceso de extracción para obtener un producto químico. Los datos experimentales de varias pruebas en el proceso se muestran en la tabla. Se desea estudiar cómo el tiempo de extracción influye en la eficiencia de la extracción. Escribir un programa en Scilab para regresión lineal simple, y probarlo con los datos de la tabla. El programa debe pedir el número de datos, usar ciclos para pedir los valores de x y y, y calcular m, b y R^2.

Tiempo t (min)	27	45	41	19	35	39	19	49	15	31
Eficiencia E (%)	57	64	80	46	62	72	52	77	57	68

OPCIONAL: Usar Excel para graficar los datos y obtener la regresión lineal mediante una línea de tendencia. No olvidar rotular los ejes adecuadamente. La gráfica debe mostrar la ecuación de regresión y el valor de R^2.

RESPUESTA: m = 0.764, b = 39.052, R^2 = 0.6803.

EJERCICIO 32 – OPCIONAL

La tabla muestra el calor específico de soluciones acuosas de ácido clorhídrico al 20% en función de la temperatura. Escribir un programa en Scilab para realizar integración de datos desigualmente espaciados mediante la regla del trapecio, y emplearlo para calcular la entalpía de esta solución a 60 °C (la temperatura de referencia es 0 °C).

Temperatura (°C)	Calor específico (cal/g·°C)
0	0.580
10	0.575
20	0.591
40	0.615
60	0.638

RESULTADO: 36.195 cal/g.

EJERCICIO 33

Graficar la solución de la ecuación diferencial $y' = y(1-y)$ desde el punto inicial t_0 = 0, y_0 = 0.1 hasta el punto final t_f = 7, usando el método de Euler con tamaños de paso h = 1, 0.5, 0.25 y 0.1. Reportar el valor final de y y el error relativo porcentual de ese resultado, sabiendo que el valor verdadero de y en t = 7 es 0.99186.

Tamaño de paso	Valor final (y en t = 7)	Error relativo porcentual
h = 1		
h = 0.5		
h = 0.25		
h = 0.1		

OPCIONAL: Repetir empleando el método de Runge-Kutta de cuarto orden.