FENÓMENOS DE TRANSPORTE: DEFINICIÓN E IMPORTANCIA

INTEGRANTES DEL EQUIPO (EN ORDEN ALFABÉTICO POR APELLIDO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica
Concientizar al alumno de la importancia de los fenómenos de transporte y su ubicación dentro del plan de estudios de la carrera, así como generar una definición integral de esta área de estudio.

Indicaciones
1. Efectuar una investigación para obtener tantas definiciones como sea posible de “fenómenos de transporte”. En esta búsqueda, se considerará válida cualquier fuente impresa o electrónica.
2. En la retícula del plan de estudios de la carrera, identificar los tres grupos de materias que correspondan a (A) fundamentos de ingeniería, (B) operaciones y procesos unitarios, y (C) ingeniería aplicada.
3. Con la ayuda de otros compañeros y profesores de la carrera, generar una lista de operaciones unitarias, e identificar para cada una si involucran transferencia de momentum, calor o masa.
4. Con base en la información recabada, llegar a una conclusión acerca de la importancia de los fenómenos de transporte. Sintetizar su propia definición de “fenómenos de transporte”.

Sugerencias para el éxito de la actividad
★ Esta investigación pretende generar una **lluvia de ideas** respecto al concepto de “fenómenos de transporte”, en la que no se censuren de primera mano algunos aspectos que puedan contribuir a un concepto integral. Por esta razón, para esta actividad se considerará válida cualquier referencia, incluso fuentes en internet que en otras circunstancias se considerarían no confiables.

★ Es importante que consulten también libros relevantes para el curso (checar la bibliografía proporcionada el primer día de clase). Incluso si un libro del área no define propiamente “fenómenos de transporte”, es buena idea incluirlo en la investigación y reportar que carece de dicha definición.

★ También pueden preguntar en foros y grupos de discusión en línea. En este caso, anexar una captura de pantalla de la conversación.

Evidencias Entregables
El reporte de esta actividad lleva esta hoja de instrucciones como portada. Enumerar a continuación todas las definiciones encontradas de “fenómenos de transporte”, dando para cada una su referencia bibliográfica. Después, incluir la retícula de la carrera, con los tres grupos de materias identificados. Luego, poner una tabla con las operaciones unitarias y en tres columnas señalar si involucran transferencia de momentum, calor o masa. Finalmente, enunciar sus conclusiones de la actividad y presentar su propia definición de “fenómenos de transporte”.

Sólo se entrega un ejemplar del reporte por equipo. Una vez revisado, cada integrante del equipo deberá tener una copia para su portafolio final.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE DURANGO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Balance de Momentum, Calor y Masa
Semestre Agosto – Diciembre 2018
Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro

Actividad #2
(evidencia para unidad 1)

ANÁLISIS DEL FLUJO LAMINAR EN TUBERÍA CIRCULAR

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO TRES)	**NÚMERO DE CONTROL**

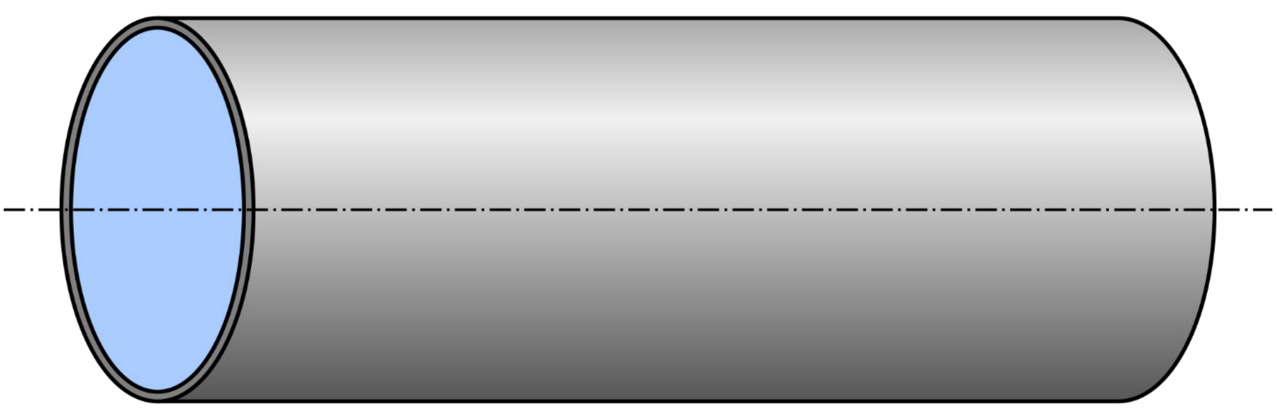
Intención didáctica
Debido a que el flujo laminar en el interior de una tubería circular es uno de los casos más importantes en mecánica de fluidos, mediante esta actividad se analizará este caso paso por paso.

Indicaciones
Contestar el cuestionario, conforme a las instrucciones dadas en cada sección. En caso de que el espacio para la respuesta no sea suficiente, continuar en una hoja anexa, indicando claramente la continuación.

Evidencias Entregables
Entregar este cuestionario contestado, solamente un ejemplar por equipo. Opcionalmente, pueden anexar una breve investigación bibliográfica (aproximadamente dos páginas) respecto a las contribuciones de Osborne Reynolds y Jean Léonard Marie Poiseuille a la mecánica de fluidos. Una vez revisado, cada integrante del equipo deberá tener una copia para su portafolio final.

Planteamiento del caso a analizar
Considérese una tubería cilíndrica horizontal de sección transversal circular (radio interno R y longitud L), a través de la cual circula de forma laminar un fluido newtoniano de propiedades constantes (ρ y μ), debido a una diferencia de presión entre los extremos (P_0 en el extremo izquierdo y P_L en el extremo derecho).

Sección 1
En el dibujo de la tubería que se muestra a continuación, establecer el sistema de coordenadas, y rotular el radio interno y la longitud de la tubería.



Sección 2 – Lista de suposiciones

A continuación se muestra la lista de suposiciones correspondientes a este caso. Para cada una, proporcionar una breve explicación de por qué es correcta la suposición.

SUPOSICIÓN	**EXPLICACIÓN**
1. Estado estable.	
2. $v_r = 0$ y $v_\theta = 0$.	
3. v_z varía en la dirección r, pero no depende de θ ni z.	
4. No se toma en cuenta efectos de borde.	
5. Fluido newtoniano de propiedades constantes.	

Sección 3 – Volumen de control

El volumen de control (mostrado en la figura) para el balance de momentum es un cilindro hueco de espesor Δr y longitud L, ubicado en el interior del fluido.

Obsérvese que el volumen de control es un cilindro hueco, dentro del fluido, pero que no incluye ni la pared ni el centro de la tubería. Este volumen de control es una "envoltura" porque envuelve parte del sistema analizado. Por esta razón, a este tipo de balance diferencial también se le conoce como "balance envolvente".

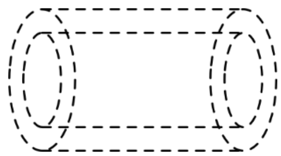
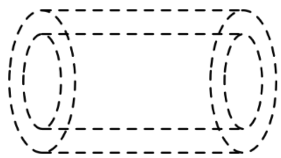
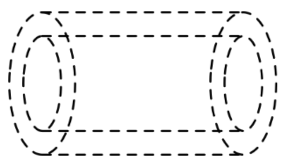
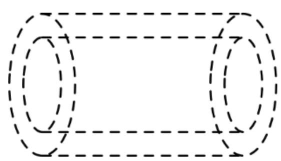
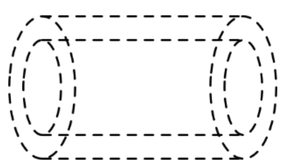
La siguiente figura muestra solamente el volumen de control, para verlo más claramente. Rotular sus dimensiones:

Determinar el volumen ΔV del volumen de control, a partir de la diferencia de volumen del cilindro externo menos el volumen del cilindro interno (con la necesaria manipulación algebraica):

RESPUESTA: $\Delta V = 2\pi r \Delta r L$

Sección 4 – Balance diferencial de momentum

Para cada contribución listada en la tabla siguiente, sombrear en la figura cuál área del volumen de control es a través de la cual se efectúa la contribución, y obtener el término correspondiente. Recordar que las unidades de todos los términos deben ser kg·m/s.

CONTRIBUCIÓN		ÁREA	TÉRMINO DEL BALANCE
1	entrada de momentum por advección en $z = 0$		
2	salida de momentum por advección en $z = L$		
3	entrada de momentum por transporte viscoso en r		
4	salida de momentum por transporte viscoso en $r + \Delta r$		
5	generación de momentum por fuerzas de presión		

No existe generación de momentum por fuerzas de gravedad. Explicar por qué:

No existe acumulación de momentum en el volumen de control. Explicar por qué:

Escribir el balance completo: E – S + G = A:

Los dos términos de advección son iguales y se cancelan entre sí. Explicar por qué:

Escribir el balance ya con estos dos términos eliminados:

Dividir entre $2\pi r \Delta r L \Delta t$ (es decir, ΔV por Δt):

Tomar el límite cuando $\Delta r \to 0$ para obtener la ecuación diferencial del sistema:

RESPUESTA: $-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\tau_{rz}\right)+\frac{P_0-P_L}{L}=0$

Sección 5 – Ley de Newton de la viscosidad

El componente del esfuerzo que aparece en la ecuación diferencial es τ_{rz}. Explicar qué significan estos dos subíndices:

Consultando la ley de Newton de la viscosidad en una tabla, se tiene:

$$\tau_{rz} = -\mu\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r}\right)$$

Como $v_r = 0$, el primer término dentro del paréntesis se cancela. Además, v_z sólo depende de r, por lo que no es necesario emplear derivadas parciales, sino derivadas ordinarias. Por lo tanto, la ley de Newton se simplifica a:

$$\tau_{rz} = -\mu\frac{dv_z}{dr}$$

Al sustituir la ley de Newton en la ecuación diferencial de la sección anterior, se llega a:

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\tau_{rz}\right) + \frac{P_0 - P_L}{L} = 0 \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left[r\left(-\mu\frac{dv_z}{dr}\right)\right] + \frac{P_0 - P_L}{L} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\mu}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv_z}{dr}\right) + \frac{P_0 - P_L}{L} = 0$$

Sección 6 – Solución de la ecuación diferencial

Resolver la ecuación diferencial para llegar a la solución general:

RESPUESTA: $v_z = -\frac{P_0 - P_L}{4\mu L}r^2 + C_1 \ln r + C_2$

Sección 7 – Condiciones de frontera

A continuación se muestran las condiciones de frontera correspondientes a este caso analizado. Explicar el por qué de cada una.

CONDICIÓN DE FRONTERA	**EXPLICACIÓN**
1. $\dfrac{dv_z}{dr} = 0$ en $r = 0$	
2. $v_z = 0$ en $r = R$	

Sección 8 – Perfil de velocidades

La condición de frontera 1 no se puede sustituir directamente en la solución general, porque es para la derivada de la velocidad. Por esta razón, es necesario primero derivar esta solución general:

RESPUESTA: $\dfrac{dv_z}{dr} = -\dfrac{P_0 - P_L}{2\mu L} r + \dfrac{C_1}{r}$

Ahora sí se puede emplear la condición de frontera 1 para encontrar el valor de C_1. Nótese que en este caso, al sustituir directamente la condición de frontera, se tendría división entre cero, por lo que es conveniente primero despejar C_1 y luego sustituir los valores:

RESPUESTA: $C_1 = 0$

NOTA: En muchos libros de mecánica de fluidos, en vez de despejar y sustituir, simplemente argumentan que el único valor posible para C_1 es cero, de tal forma que se evite la división entre cero. Este argumento también se puede aplicar directamente en la solución general para v_z, donde aparece el término $C_1 \ln r$: el logaritmo se volvería $-\infty$ cuando $r = 0$, y la única manera de evitarlo es que C_1 sea cero.

Sustituyendo $C_1 = 0$ en la solución general, se llega a una nueva solución general:

$$v_z = -\frac{P_0 - P_L}{4\mu L} r^2 + C_2$$

Ahora se sustituye la segunda condición de frontera en esta solución general, y se despeja C_2:

RESPUESTA: $C_2 = \frac{P_0 - P_L}{4\mu L} R^2$

Esta constante C_2 se sustituye en la solución general, para llegar al perfil de velocidades buscado:

RESPUESTA: $v_z = \frac{(P_0 - P_L) R^2}{4\mu L}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$

Sección 9 – Información adicional (OPCIONAL)

Con base en el perfil de velocidad obtenido en la sección anterior, determinar la velocidad máxima, la velocidad promedio y el flujo volumétrico.

RESPUESTA: $v_{z,\max} = \frac{(P_0 - P_L) R^2}{4\mu L}$, $\langle v_z \rangle = \frac{(P_0 - P_L) R^2}{8\mu L}$, $\dot{V} = \frac{\pi (P_0 - P_L) R^4}{8\mu L}$

La ecuación obtenida para el flujo volumétrico se conoce como **ley de Hagen-Poiseuille**, y su importancia radica en que relaciona el flujo volumétrico con la caída de presión: ambos son parámetros de mucha importancia en el flujo de fluidos y son fácilmente medibles. Obsérvese que en la ecuación de Hagen-Poiseuille, el radio de la tubería se encuentra elevado a la cuarta potencia. Esta fuerte dependencia del radio significa que, para una misma caída de presión, una tubería del doble de radio tendría un flujo volumétrico 16 veces mayor.